

Metoda Probabilistyczna. Zadania domowe.

Zestaw III. Termin: 20 marca 2024

Zad.4

Udowodnij, że istnieje stała $c > 0$ o następującej własności. Dla każdego skończonego podzbioru A liczb naturalnych istnieje $B \subseteq A$ taki, że $|B| \geq c|A|$ oraz B nie zawiera rozwiązań równania

$$x_1 + 2x_2 = x_3 + x_4 + 5x_5.$$

Zad.5

Udowodnij, używając podobnych metod jakie stosowaliśmy w dowodzie nierówności LYM, następujące twierdzenie.

Niech \mathcal{F} będzie zbiorem słów utworzonych z liter a, b i c , z których żadne nie występuje na początku innego słowa, tzn. \mathcal{F} może równocześnie zawierać parę słów $abbca$ i bbc , ale nie może równocześnie zawierać $abbca$ i abb . Pokazać, że

$$\sum_{w \in \mathcal{F}} 3^{-|w|} \leq 1,$$

gdzie $|w|$ oznacza liczbę liter w słowie w .